

1. Considere las relaciones que se le presentan a continuación y determine si son o no funciones, en caso de serlas determine si son, inyectivas, sobreyectivas, biyectivas o ninguna.

- a) Sea A el conjunto de todas las personas nacidas en Costa Rica y $B = \{x/x \in \mathbb{N}, x < 1000\ 000\ 000\}$, donde f es asociar cada persona con su número de cédula, la relación $f: A \rightarrow B$.

Es función

Inyectiva

- b) Sea A el conjunto de todas las personas nacidas en Costa Rica y $B = \{x/x \in \mathbb{N}, x < 1000\ 000\ 000\}$, donde f es asociar cada persona con su número de cédula, la relación $f: B \rightarrow A$.

No es función

- c) Sea A el conjunto de todas las personas y B el conjunto de todas las mujeres que han tenido hijos, el criterio de asociación es la madre biológica de la persona, la relación $f: A \rightarrow B$.

No es función

- d) Sea A el conjunto de todas las personas y B el conjunto de todas las mujeres que han tenido hijos, el criterio de asociación es la madre biológica de la persona, la relación $f: B \rightarrow A$.

No es función

- e) Sea A el conjunto de todas las personas que viven en Costa Rica y $B = \{\text{San José, Heredia, Alajuela, Cartago, Limón, Puntarenas, Guanacaste}\}$, el criterio de asociación es el lugar donde vive cada persona, la relación $f: A \rightarrow B$.

Si es función

Sobreyectiva

- f) Sea A el conjunto de todas las personas que viven en Costa Rica y $B = \{\text{San José, Heredia, Alajuela, Cartago, Limón, Puntarenas, Guanacaste}\}$, el criterio de asociación es el lugar donde vive cada persona, la relación $f: B \rightarrow A$.

No es función

$c \rightarrow p$
 $x \rightarrow y$

- g) Sea A el conjunto de todos los países y B el conjunto de todas las capitales del mundo, el criterio de asociación es la capital de cada país $f: B \rightarrow A$.

Si es función

Es biyectiva

- h) Sea A el conjunto de todos los países y B el conjunto de todas las capitales del mundo, el criterio de asociación es la capital de cada país $f: A \rightarrow B$.

Si es función

Es biyectiva

$f: \{0, 1, 2\} \rightarrow \mathbb{Z}$

X	0	1	2	0
F(x)	-5	-4	-3	-2

No es función

① 0

$f: \{0, 1, 2\} \rightarrow \{1\}$

X	0	1	1	2
F(x)	1	1	1	1

Si es función Sobreyectiva

$f: \{0, 1, 2, 3\} \rightarrow \{0, 1, 2, 3\}$

X	0	1	2	3
F(x)	0	1	2	3

Si es función Es biyectiva

$f: \{0, 1, 2, 3\} \rightarrow \{-10, -20\}$

X	0	1	2	3
F(x)	-10	-20	-10	-20

Si es función Es sobreyectiva

i)

$f: \{0, 1, 2, 3\} \rightarrow \{0, 1, 2\}$
 $\{(1, 2), (0, 0), (2, 0), (3, 2)\}$

Si es función Ninguna

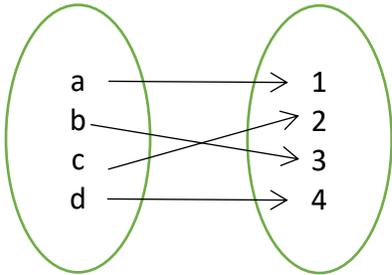
$f: \{a, b, c\} \rightarrow \{a, b, c, d\}$
 $\{(a, b), (b, c), (c, a), (a, d)\}$

No es función



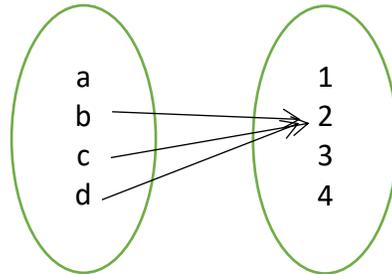
j)

$$f: \{a, b, c, d\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$$



Si es función inyectiva

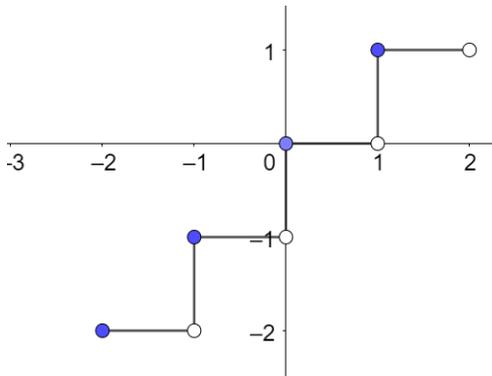
$$f: \{a, b, c, d\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$$



No es función _____

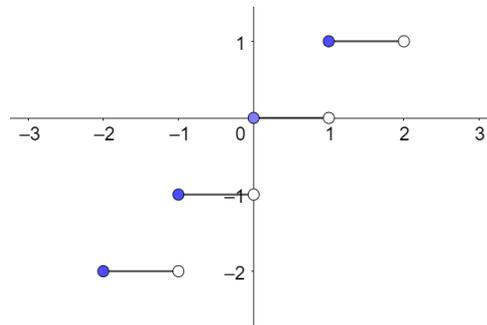
k)

$$f: [-2, 2[\rightarrow [-2, 2[$$



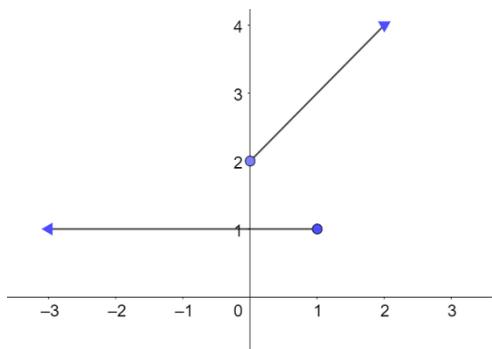
No es función _____

$$f: [-2, 2[\rightarrow [-2, 2[$$



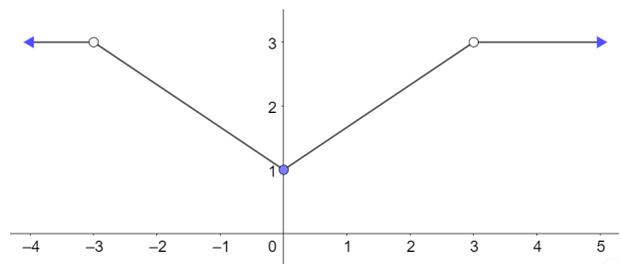
Si es función biyectiva

$$f: \mathbb{R} \rightarrow [1, +\infty[$$



No es función _____

$$f: \mathbb{R} - \{-3, 3\} \rightarrow [1, 3]$$



Si es función subyectiva

3. Considere la siguiente función $f:]-\infty, 2[\rightarrow \mathbb{R}$ cuyo criterio es $f(x) = 4x - 1$ y con base en ella conteste lo que se le solicita:

<p style="text-align: center;">Dominio, codominio y ámbito</p> $D_m =]-\infty, 2[\quad C = \mathbb{R} \quad A =]-\infty, >[$ \downarrow $f(2) = 8 - 1$ $f(2) = >$ <p style="text-align: center;">Inyectiva</p>	<p style="text-align: center;">Determine $f(x) < 0$</p> $4x - 1 < 0$ $x < \frac{1}{4}$ $S =]-\infty, \frac{1}{4}[$
<p style="text-align: center;">Determine la preimagen de -1.</p> $-1 = 4x - 1$ $0 = x$	<p style="text-align: center;">Determine la imagen de $x^2 - 3$</p> $4(x^2 - 3) - 1 = f(x^2 - 3)$ $4x^2 - 12 - 1$ $4x^2 - 13 = f(x^2 - 3)$
<p style="text-align: center;">Determine $f(f(-3)) + f(-4)$</p> $f(-3) = 4(-3) - 1$ $f(3) = -13$ $f(-13) = 4(-13) - 1$ $= -53$ $f(4) = 4(4) - 1$ $= -17$	<p style="text-align: center;">Determine $f\left(\frac{x}{4}\right)$</p> $f\left(\frac{x}{4}\right) = 4\left(\frac{x}{4}\right) - 1$ $= \frac{4x}{4} - 1$ $= x - 1$
<p style="text-align: center;">Determine el valor de k si se sabe que</p> $f(-5) = \frac{k+2}{3}$ $f(-5) = 4(-5) - 1$ $= -21$ $-21 = \frac{k+2}{3}$ $63 = k+2$ $-65 = k$	<p style="text-align: center;">Determine $(f \circ f)(x)$</p> $f(f(x)) = 4(4x - 1) - 1$ $= 16x - 4 - 1$ $= 16x - 5$

4. Considere la siguiente función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ cuyo criterio es el siguiente y con base en ella conteste lo que se le solicita:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{si } x \leq -5 \\ x^2 - 3x, & \text{si } -5 < x \leq 1 \\ 2x + 1, & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

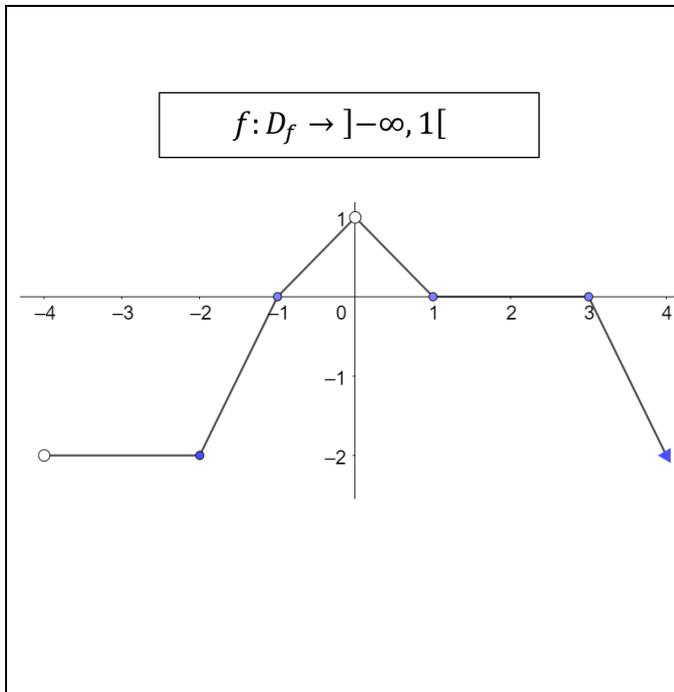
<p>Determine las preimágenes de 4.</p> $x^2 - 3x = 4 \quad \quad 2x + 1 = 4$ $x^2 - 3x - 4 = 0 \quad \quad 2x - 3 = 0$ $\begin{array}{c} x \\ + \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{c} -y \\ + \\ 1 \end{array} \quad \quad \begin{array}{c} x \\ + \\ 3 \end{array}$ $\begin{array}{c} x=4 \\ \times \end{array} \quad \begin{array}{c} x=-1 \\ \checkmark \end{array} \quad \quad \begin{array}{c} x = \frac{3}{2} \\ \checkmark \end{array}$	<p>Intersecciones con los ejes</p> $f(0) = 0^2 - 3(0) \quad \quad x^2 - 3x = 0 \quad \quad 2x + 1 = 0$ $y = 0 \quad \quad x(x-3) = 0 \quad \quad x = -\frac{1}{2}$ <p>con "y" $(0,0)$ \downarrow \downarrow $x=0$ $x=3$ \downarrow \downarrow $(0,0)$ $(3,0)$</p>
<p>Determine $\frac{f(f(-5))}{f(0)}$</p> $f(5) = 1$ $f(1) = 1^2 - 3(1) = -2$ $f(-2) = 0^2 - 3(0) = 0$ $\frac{f(f(-5))}{f(0)} = \frac{-2}{0}$ <p>No existe</p>	<p>Determine $f(k+2)$, si $k > 0$</p> $f(k+2) = 2(k+2) + 1 = 2k + 5$ <p>$k > 0$ $k+2 > 2$</p>
<p>Determine el valor de k si se sabe que $f(6) = 3 - k$</p> $f(6) = 2(6) + 1 = 13$ $13 = 3 - k$ $10 = -k$ $k = -10$	<p>Determine $(f \circ f \circ f \circ f)(-2022)$</p> $f(-2022) = 1$ $f(1) = -2$ $f(-2) = (-2)^2 - 3(-2) = 4 + 6 = 10$ $f(10) = 2(10) + 1 = 21$

5. Considere la siguiente función $f: \mathbb{R} - \{0, 3\} \rightarrow \mathbb{R}$ cuyo criterio es el siguiente y con base en ella conteste lo que se le solicita:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{si } x > 3 \\ x^2 - 3x, & \text{si } 0 < x < 3 \\ 2x + 1, & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

<p>Determine las preimágenes de -4.</p> $2x + 1 = -4$ $2x = -5$ $x = -\frac{5}{2}$	<p>Intersecciones con los ejes</p> <p>"x"</p> $x^2 - 3x = 0$ $x(x-3) = 0$ <p> \downarrow \downarrow $x=0$ $x=3$ </p> $2x + 1 = 0$ $2x = -1$ $x = -\frac{1}{2}$ <p>$(-\frac{1}{2}, 0)$</p>
<p>Determine $f(f(1)) \cdot f(f(4))$</p> $f(1) = 1^2 - 3(1) = -2$ $f(-2) = 2(-2) + 1 = -3$ $f(4) = 1$ $f(1) = -2$ <p>$-3 \cdot -2 = 6$</p>	<p>Determine $f(3k + 7)$, si $k > -1$</p> $f(3 \cdot -1 + 7) = f(4) = 1$ $f(-3 + 7) = f(4) = 1$ $f(5)$ <p>$f(3k + 7) = 1$</p>
<p>Determine el valor de k si se sabe que $f(5) = -k$</p> $f(5) = 1$ $1 = -k$ $k = -1$	<p>Determine $(f \circ f)(1)$</p> $f(1) = -2$ $f(-2) = 2(-2) + 1 = -3$ <p>$(f \circ f)(1) = -3$</p>

6. De acuerdo con las siguientes gráficas, determine lo que se le solicita a continuación:



Dominio: $] -4, +\infty[- \{0\}$

Ámbito: $] -\infty, 1[$

Intervalo donde la función es negativa: $] -4, 1[\cup] 3, +\infty[$

$f(x) \geq 0$: $[-1, 3] - \{0\}$

$f(1) = 0$

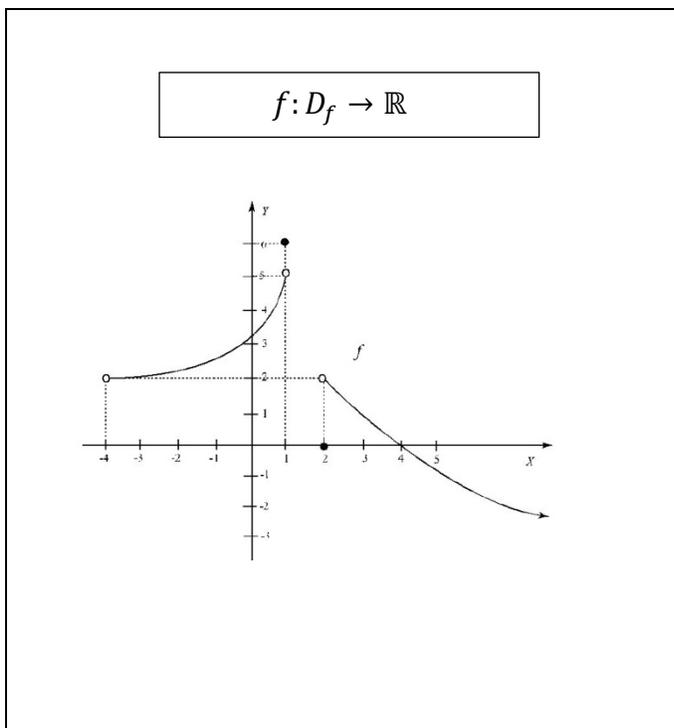
Intersección con el eje y = No hay

Imagen de -2 -2

Intervalo donde la función es creciente: $] -4, 0[$

Subconjunto donde la función es estrictamente decreciente: $] 0, 1[,] 3, +\infty[$

Clasificación: Sobreyectiva



Dominio: $] -4, 1[\cup] 2, +\infty[$

Ámbito: $] -\infty, 5[\cup] 6, +\infty[- \{2\}$

Intervalo donde la función es positiva: $] -4, 1[\cup] 2, 4[$

$f(x) < 0$: $] 4, +\infty[$

$f(2) = 0$

Intersección con el eje x = $(2, 0)$

Preimagen de 2 = No hay

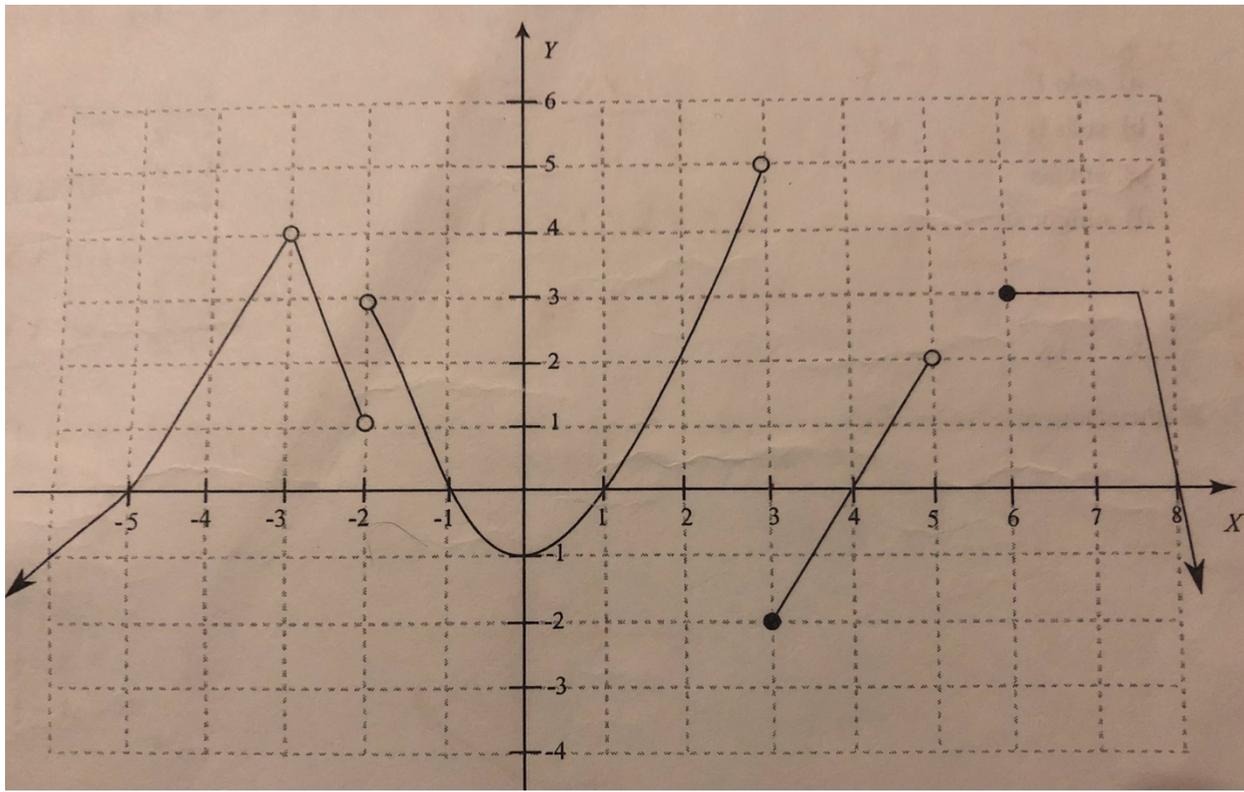
Imagen de 1 6

Intervalo donde la función es decreciente: $] 2, +\infty[$

Intervalo donde la función es creciente: $] -4, 1[$

Clasificación: Ninguna

$$f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$$



Dominio:	$]-\infty, 5[\cup [6, +\infty[- \{ -2 \}$
Rango:	$]-\infty, 5[$
Intersección con el eje y:	$(0, -1)$
Intersecciones con el eje x:	$(-5, 0), (-1, 0), (1, 0), (4, 0)$ y $(8, 0)$
Imagen de -2:	No tiene
Cantidad de preimágenes que tiene 1:	5
Mayor conjunto donde es negativa:	$]-\infty, -5[$, $]-1, 1[$, $[3, 4[$, $]-8, +\infty[$
Intervalo donde es constante:	$]-6, 7.5[$
$f(3) + f(6) = -2 + 3$	1
Estrictamente creciente:	$]-\infty, -3[$, $]-0, 3[$, $]-3, 5[$
$(f \circ f)(7)$	-2

7. Determine el dominio máximo de las siguientes funciones:

$f(x) = \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{2-x}}{x^2 - x}$ <p> $x^2 - x \neq 0 \quad \quad x+3$ $x(x-1) \neq 0 \quad$ $\downarrow \quad \downarrow$ $x \neq 0 \quad x \neq 1 \quad$ </p>	$f(x) = \sqrt[4]{\frac{x^2 - 9}{x^2 + 3x + 2}}$ $\frac{(x+3)(x-3)}{(x+2)(x+1)} \geq 0$ <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td></td> <td>$-\infty$</td> <td>-3</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>3</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$x+3$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>+</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$x-3$</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$x+2$</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$x+1$</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td></td> <td>+</td> <td>-</td> <td>+</td> <td>-</td> <td>+</td> <td></td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">$D_m =]-\infty, 3] \cup]-2, -1[\cup [3, +\infty[$</p>		$-\infty$	-3	-2	-1	3	$+\infty$	$x+3$	-	0	+	+	+	+	$x-3$	-	-	-	-	0	+	$x+2$	-	-	0	+	+	+	$x+1$	-	-	-	0	+	+		+	-	+	-	+	
	$-\infty$	-3	-2	-1	3	$+\infty$																																					
$x+3$	-	0	+	+	+	+																																					
$x-3$	-	-	-	-	0	+																																					
$x+2$	-	-	0	+	+	+																																					
$x+1$	-	-	-	0	+	+																																					
	+	-	+	-	+																																						
$f(x) = \frac{\sqrt{10-x}}{\sqrt{2x-4}} - \frac{x^2+1}{\sqrt[3]{x^2+6x+8}}$ <p> $2x-4 \neq 0 \quad x^2+6x+8 \neq 0 \quad \quad 10-x \geq 0 \quad 2x-4 \geq 0$ $2x \neq 4 \quad \begin{matrix} x \\ x \end{matrix} \quad \begin{matrix} 2 \\ 2 \end{matrix} \quad \quad 10 \geq x \quad 2x \geq 4$ $x \neq 2 \quad x \neq -4 \quad x \neq -2 \quad \quad]-\infty, 10] \quad [2, +\infty[$ </p> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> </div> <p style="text-align: center;">$D_m = [2, 10]$</p>	$f(x) = \sqrt{\frac{x}{x-2} + \frac{2}{x+1}}$ <p> $\frac{x}{x-2} + \frac{2}{x+1} \geq 0$ $\frac{x^2+x+2x-4}{(x-2)(x+1)} \geq 0$ $\frac{x^2+3x-4}{(x-2)(x+1)} \geq 0$ $\frac{(x+4)(x-1)}{(x-2)(x+1)} \geq 0$ </p> <p style="text-align: center;">$D_m =]-\infty, -1] \cup]-1, 1[\cup]2, +\infty[$</p> <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td></td> <td>$-\infty$</td> <td>-4</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$x+4$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>+</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$x-1$</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$x-2$</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$x+1$</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td></td> <td>+</td> <td>-</td> <td>+</td> <td>-</td> <td>+</td> <td></td> </tr> </table>		$-\infty$	-4	-1	1	2	$+\infty$	$x+4$	-	0	+	+	+	+	$x-1$	-	-	-	0	+	+	$x-2$	-	-	-	-	0	+	$x+1$	-	-	0	+	+	+		+	-	+	-	+	
	$-\infty$	-4	-1	1	2	$+\infty$																																					
$x+4$	-	0	+	+	+	+																																					
$x-1$	-	-	-	0	+	+																																					
$x-2$	-	-	-	-	0	+																																					
$x+1$	-	-	0	+	+	+																																					
	+	-	+	-	+																																						

$f(x) = \sqrt{\frac{x^2+x+1}{2x+3}} + \frac{\sqrt{x^2+3x}}{x^2-25}$

$(x+5)(x-5) \neq 0$
 $x \neq -5, x \neq 5$

$\frac{x^2+x+1}{2x+3} \geq 0$

x^2+x+1	+	+
$2x+3$	-	+
	-	+

$]-\frac{3}{2}, +\infty[$

$x^2+3x \geq 0$
 $x(x+3) \geq 0$

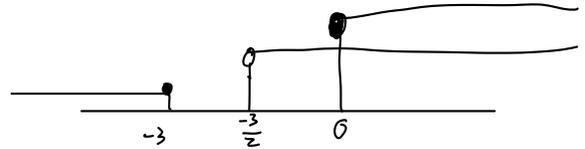
x	-	-	+
$x+3$	-	+	+
	+	-	+

$]-\infty, -3] \cup [0, +\infty[$

$x + \frac{6}{x-5} \neq 0$
 $\frac{x(x-5)+6}{x-5} \neq 0$
 $\frac{x^2-5x+6}{x-5} \neq 0$
 $\frac{(x-2)(x-3)}{(x-5)} \neq 0$
 $x \neq 2, x \neq 3, x \neq 5$

$f(x) = \frac{\sqrt[5]{5-3x}}{x + \frac{6}{x-5}}$

$D_m = \mathbb{R} - \{2, 3, 5\}$



$D_m = [0, +\infty[\cup]-\frac{3}{2}, 5\}$

8. Considere las funciones $f: \mathbb{R} - \{-1, 1\} \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = \frac{x-1}{x^2-1}$ y $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con $g(x) = x + 2$. Determine el dominio y el criterio de $(f \circ g)(x)$.

$D_{(f \circ g)}(x)$
 \downarrow
 $D_g - (g(x) = \text{Restricciones de } f)$

$D_f = \mathbb{R} \mid x^2 - 1 \neq 0$
 $D_g = \mathbb{R} \mid (x+1)(x-1) \neq 0$
 $x \neq 1, x \neq -1$

$g(x) = x + 2$
 $x + 2 = -1 \quad x + 2 = 1$
 $x = -3 \quad x = -1$

$D_{f \circ g} = \mathbb{R} - \{-3, -1\}$

Criterio

$$\frac{(x+2)-1}{(x+2)^2-1} = \frac{x+1}{x^2+4x+4-1} = \frac{x+1}{x^2+4x+3} = \frac{x+1}{x(x+3)} = \frac{x+1}{(x+1)(x+3)} = \frac{1}{x+3}$$

9. Considere las funciones $f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = \frac{x^2-9}{x}$ y $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con $g(x) = x + 3$. Determine el dominio y el criterio de $(\frac{f}{g})(x)$.

Dominio $f: \mathbb{R} - \{0\}$
 Dominio $g: \mathbb{R}$

$\frac{x^2-9}{x} = \frac{(x+3)(x-3)}{x} \cdot \frac{1}{x+3} = \frac{(x+3)(x-3)}{x^2+3x} = \frac{(x+3)(x-3)}{x(x+3)} = \frac{x-3}{x}$

Restricciones de $(\frac{f}{g})(x)$
 $x \neq 3$

$D(\frac{f}{g})(x) = \mathbb{R} - \{0, 3\}$