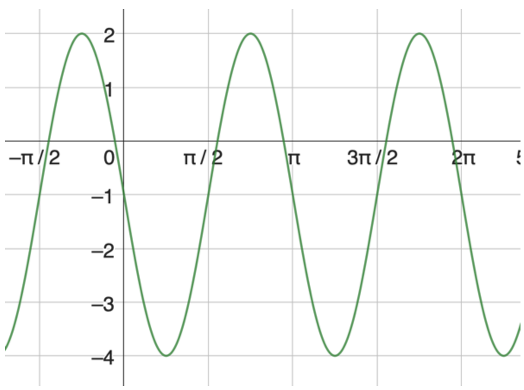
1. Con base en las siguientes gráficas conteste lo que se le solicita:

<table>
<tr>
<td>


</td>
<td>
$f(x) = a \cdot sen\big(b(x-c)\big) + d$

Amplitud: 3

Ámbito: [-4, 2]

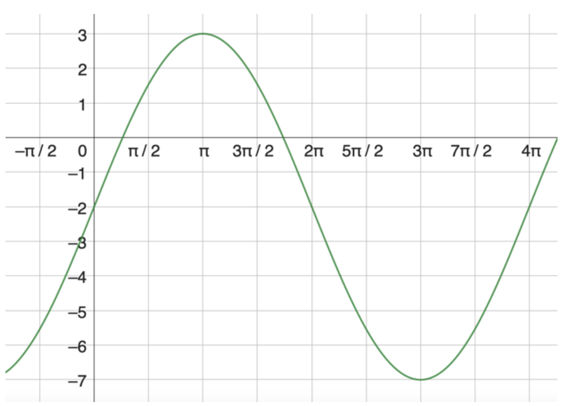
Eje principal: -1 = y

Periodo: π

Valor de a: 3

Valor de b: 2

Valor de c: $\frac{\pi}{2}$ derecha

Valor de d: -1
</td>
</tr>
<tr>
<td>


</td>
<td>
$f(x) = a \cdot sen\big(b(x-c)\big) + d$

Amplitud: 5

Ámbito: [-7, 3]

Eje principal: -2 = y

Periodo: 4π

Valor de a: 5

Valor de b: $\frac{1}{2}$

Valor de c: 0

Valor de d: - 2

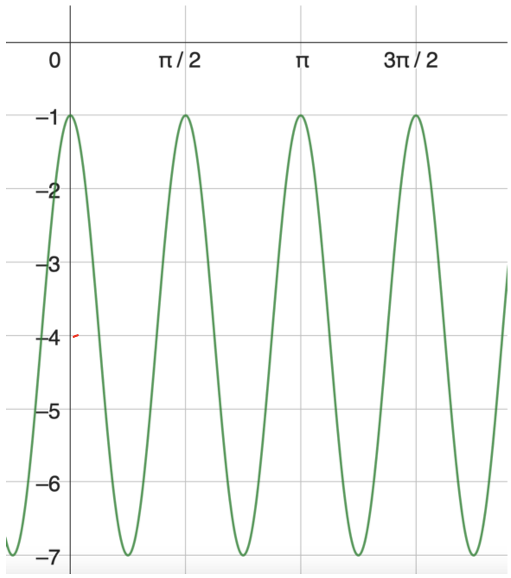
$\frac{2\pi}{b} = 4\pi$

$2\cancel{\pi} = 4\cancel{\pi}b$

$2 = 4b$

$\frac{2}{4} = b$

$\frac{1}{2} = b$
</td>
</tr>
</table>



$$f(x) = a \cdot cos\big(b(x - c)\big) + d$$

Amplitud: 3

Ámbito: [-7,-1]

Eje principal: y=-4

Periodo: $\frac{\pi}{2}$

Valor de a: 3

Valor de b: 4

Valor de c: 0

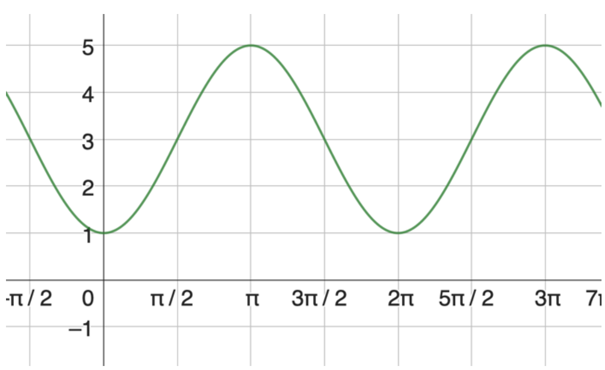
Valor de d: -4

$\frac{2\pi}{b} = \frac{\pi}{2}$

$2\pi = \frac{b\pi}{2}$

$4\cancel{\pi} = b\cancel{\pi}$

$4 = b$



$$f(x) = a \cdot cos\big(b(x - c)\big) + d$$

Amplitud: 2

Ámbito: [1,5]

Eje principal: 3 =y

Periodo: 2π

Valor de a: 2

Valor de b: 1

Valor de c: π

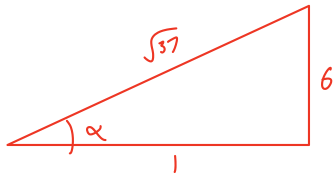
Valor de d: 3

2. Si se sabe que $sen(\alpha) = \frac{6}{\sqrt{37}}$ y α está en el II cuadrante, determine el valor de $\tan(2\alpha)$.

$37 = 36 + x^2$

$1 = x^2$

$1 = x$



$\tan\alpha = -6$

$\tan(2\alpha) = \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$

$= \frac{2\cdot -6}{1-(-6)^2}$

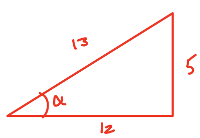
$\tan(2\alpha) = \frac{12}{35}$

3. Si se sabe que $cos(\alpha) = \frac{12}{13}$ y α está en el IV cuadrante, determine el valor de $\operatorname{sen}(2\alpha)$.

$x^2 + 144 = 169$

$x^2 = 25$

$x = 5$



$\operatorname{sen}\alpha = \frac{-5}{13}$

$\operatorname{sen}(2\alpha) = 2\operatorname{sen}x\cos x$

$= 2\cdot\frac{-5}{13}\cdot\frac{12}{13}$

$= \frac{-120}{169}$

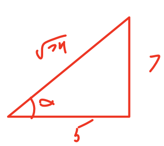
$=$

4. Si se sabe que $tan(\alpha) = \frac{7}{5}$ y α está en el III cuadrante, determine el valor de $\cos(2\alpha)$.

$49 + 25 = x^2$

$74 = x^2$

$\sqrt{74} = x$



$\cos\alpha = \frac{-5}{\sqrt{74}}$

$\cos(2\alpha) = \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x$

$= \left(\frac{-5}{\sqrt{74}}\right)^2 - \left(\frac{-7}{\sqrt{74}}\right)^2$

$= \frac{25}{74} - \frac{49}{74}$

$= \frac{-24}{74}$

$= \frac{-12}{37}$

5. Calcule el valor exacto de $\tan\left(\frac{5\pi}{6}\right) - \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + sen\left(\frac{\pi}{2}\right)$

$\tan \frac{5\pi}{6}$

$\pi - \frac{5\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$

$\tan\frac{\pi}{6} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{-\sqrt{3}}{4}$

$\cos \frac{3\pi}{4}$

$\pi - \frac{3\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$

$\cos\frac{3\pi}{4} = \frac{-\sqrt{2}}{2}$

$sen \frac{\pi}{2}$

0,1

$sen\frac{\pi}{2} = 1$

$\frac{-\sqrt{3}}{4} - \frac{-\sqrt{2}}{2} - 1$

$\frac{2\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{4}{4}$

$\frac{2\sqrt{2} - \sqrt{3} - 4}{4}$

6. Calcule el valor exacto de $\tan\left(\frac{7\pi}{3}\right) + \cos^2\left(\frac{13\pi}{2}\right) + sen\left(\frac{15\pi}{4}\right)$

$\tan\left(\frac{7\pi}{3}\right)$

$\frac{7\pi}{3} - 2\pi = \frac{\pi}{3}$

$\tan\frac{7\pi}{3} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}$

$= \frac{2\sqrt{3}}{2}$

$= \sqrt{3}$

$\cos^2\left(\frac{13\pi}{2}\right)$

$\frac{13\pi}{2} - 6\pi = \frac{\pi}{2}$

0,1

$\cos^2\left(\frac{13\pi}{2}\right) = 0$

$sen\left(\frac{15\pi}{4}\right)$

$\frac{15\pi}{4} - \frac{8\pi}{4} = \frac{7\pi}{4}$

$2\pi - \frac{7\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$

$sen\left(\frac{15\pi}{4}\right) = \frac{-\sqrt{2}}{2}$

$\sqrt{3} + 0 - \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sqrt{3} - \frac{\sqrt{2}}{2}$

7. Calcule el valor exacto de $\text{sen}\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \tan^2\left(\frac{21\pi}{4}\right) + sen(\pi)$

$sen\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

$-sen\left(\frac{\pi}{6}\right)$

$sen\left(\frac{-\pi}{6}\right) = \frac{-1}{2}$

$\tan^2\left(\frac{21\pi}{4}\right)$

$\frac{21\pi}{4} - 4\pi = \frac{5\pi}{4}$

$\pi = \frac{5\pi}{4} - \pi = \frac{\pi}{4}$

$\tan^2\left(\frac{21\pi}{4}\right) = 1$

$sen(\pi)$

-1,0

$sen(\pi) = 0$

$\frac{-1}{2} + 1 + 0$

$\frac{1}{2}$

8. Pruebe las siguientes identidades:

a) $\dfrac{sen(x)+\tan(x)}{\cot(x)+\csc(x)} = \sec(x) - \cos(x)$

$$= \frac{sen + \frac{sen}{cos}}{\frac{1}{tan} + \frac{1}{sen}}$$

$$= \frac{sen + \frac{sen}{cos}}{\frac{1}{\frac{sen}{cos}} + \frac{1}{sen}}$$

$$= \frac{\frac{sen\,cos + sen}{cos}}{\frac{cos}{sen} + \frac{1}{sen}}$$

$$= \frac{\frac{sen\,cos + sen}{cos}}{\frac{cos + 1}{sen}}$$

$$= \frac{sen\,(sen\,cos + sen)}{cos\,(cos + 1)}$$

$$= \frac{sen^2\,\cancel{(cos+1)}}{cos\,\cancel{(cos+1)}}$$

$$= \frac{sen^2}{cos}$$

$$= \frac{1-cos^2}{cos}$$

$$= \frac{1}{cos} - \frac{cos^2}{cos}$$

$$= sec\,x - cos\,x$$

b) $\dfrac{1}{sen(x)} - \dfrac{1}{\cos(x)} = \dfrac{1-2sen^2(x)}{\cos^2(x)\cdot sen(x) + sen^2(x)\cdot\cos(x)}$

$$= \frac{cos\,2x}{cos^2 sen + sen^2 cos}$$

$$= \frac{cos\,2x}{cos\,sen\,(cos + sen)}$$

$$= \frac{cos^2 x - sen^2 x}{cos\,sen\,(cos + sen)}$$

$$= \frac{(cos\,x - sen\,x)\cancel{(cos\,x + sen\,x)}}{cos\,sen\,\cancel{(cos + sen)}}$$

$$= \frac{cos\,x - sen\,x}{cos\,sen}$$

$$= \frac{\cancel{cos\,x}}{\cancel{cos\,x}\,sen\,x} - \frac{\cancel{sen\,x}}{cos\,x\,\cancel{sen\,x}}$$

$$= \frac{1}{sen\,x} - \frac{1}{cos\,x}$$

c) $\dfrac{1-sen(x)}{sen(x)\cdot\cot(x)} = \dfrac{\cos(x)}{1+sen(x)}$

$$= \frac{1 - sen\,x}{sen\,x \cdot \frac{cos\,x}{sen\,x}}$$

$$= \frac{1 - sen\,x}{\frac{\cancel{sen\,x}\,cos\,x}{\cancel{sen\,x}}}$$

$$= \frac{1 - sen\,x}{cos\,x} \cdot \frac{1 + sen\,x}{1 + sen\,x}$$

$$= \frac{1 - sen^2 x}{cos\,(1 + sen\,x)}$$

$$= \frac{\cancel{cos^2}}{\cancel{cos}\,(1 + sen)}$$

$$= \frac{cos}{1 + sen\,x}$$

d) $\dfrac{2\cos(2x)}{\cos^2(x) - sen(x)\cos(x)} = 2 + 2\tan(x)$

$$= \frac{2\,(cos^2 - sen^2)}{cos\,(cos - sen)}$$

$$= \frac{2\,\cancel{(cos - sen)}\,(cos + sen)}{cos\,\cancel{(cos - sen)}}$$

$$= \frac{2\,(cos + sen)}{cos}$$

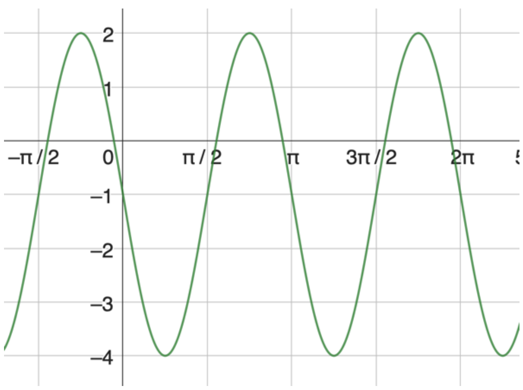
$$= \frac{2\,cos + 2\,sen}{cos}$$

$$= \frac{2\,cos}{cos} + \frac{2\,sen}{cos}$$

$$= 2 + 2\,tan\,x$$

Answer key

1. Con base en las siguientes gráficas conteste lo que se le solicita:

<table>
<tr>
<td>


</td>
<td>

$$f(x) = a \cdot sen\big(b(x-c)\big) + d$$

Amplitud: 3

Ámbito: $[-4, 2]$

Eje principal: $y = -1$

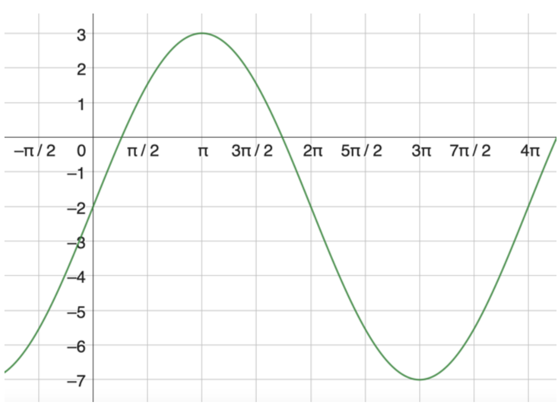
Periodo: π

Valor de a: 3

Valor de b: 2

Valor de c: $\frac{\pi}{2}$

Valor de d: -1

</td>
</tr>
<tr>
<td>


</td>
<td>

$$f(x) = a \cdot sen\big(b(x-c)\big) + d$$

Amplitud: 5

Ámbito: $[-7, 3]$

Eje principal: $y = -2$

Periodo: 4π

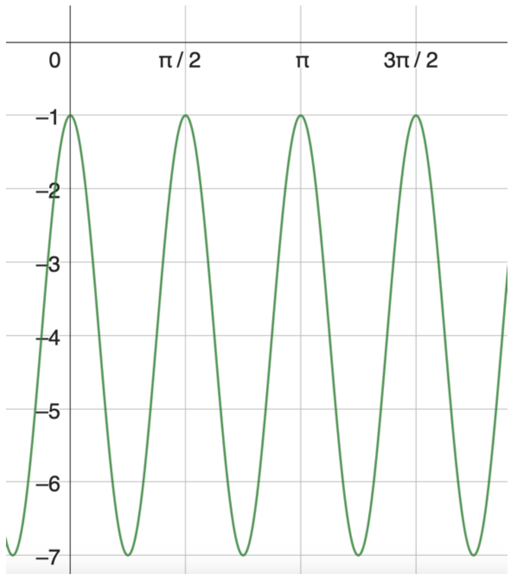
Valor de a: 5

Valor de b: $\frac{1}{2}$

Valor de c: 0

Valor de d: -2

</td>
</tr>
</table>



$$f(x) = a \cdot cos\big(b(x-c)\big) + d$$

Amplitud: 3

Ámbito: $[-7, -1]$

Eje principal: $y = -4$

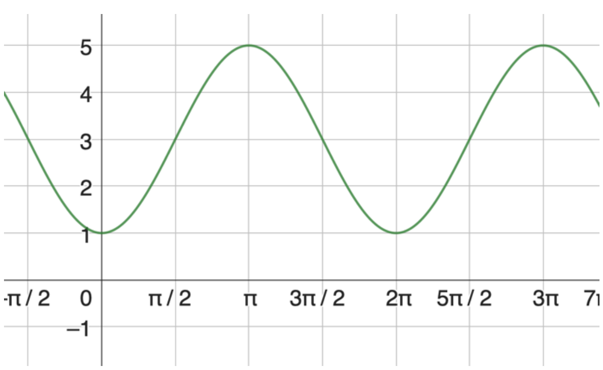
Periodo: $\frac{\pi}{2}$

Valor de a: 3

Valor de b: 4

Valor de c: 0

Valor de d: -4



$$f(x) = a \cdot cos\big(b(x-c)\big) + d$$

Amplitud: 2

Ámbito: $[1, 5]$

Eje principal: $y = 3$

Periodo: 2π

Valor de a: 2

Valor de b: 1

Valor de c: π

Valor de d: 3

2. Si se sabe que $sen(\alpha) = \frac{6}{\sqrt{37}}$ y α está en el II cuadrante, determine el valor de $\tan(2\alpha)$.

$$\tan(2\alpha) = \frac{2\tan(\alpha)}{1 - \tan^2(\alpha)} = \frac{2 \cdot -6}{1 - (-6)^2} = \frac{12}{35}$$

3. Si se sabe que $cos(\alpha) = \frac{12}{13}$ y α está en el IV cuadrante, determine el valor de $\mathrm{sen}(2\alpha)$.

$$sen(2\alpha) = 2sen(\alpha)\cos(\alpha) = 2 \cdot \frac{-5}{13} \cdot \frac{12}{13} = \frac{-120}{169}$$

4. Si se sabe que $tan(\alpha) = \frac{7}{5}$ y α está en el III cuadrante, determine el valor de $\cos(2\alpha)$.

$$\cos(2\alpha) = 2\cos^2(\alpha) - 1 = 2\left(\frac{-5}{\sqrt{74}}\right)^2 - 1 = -\frac{12}{37}$$

5. Calcule el valor exacto de $\tan\left(\frac{5\pi}{6}\right) - \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + sen\left(\frac{\pi}{2}\right) =$

$$\frac{-\sqrt{3}}{3} - -\frac{\sqrt{2}}{2} + 1 =$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{2} + 1$$

6. Calcule el valor exacto de $\tan\left(\frac{7\pi}{3}\right) + \cos^2\left(\frac{13\pi}{2}\right) + sen\left(\frac{15\pi}{4}\right) =$

$$\sqrt{3} + (0)^2 + \ -\frac{\sqrt{2}}{2} =$$

$$\sqrt{3} - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

7. Calcule el valor exacto de sen $\left(-\frac{\pi}{6}\right)+\tan^2\left(\frac{21\pi}{4}\right)+sen(\pi)=$

$$-\frac{1}{2}+(1)^2+0=$$

$$\frac{1}{2}$$

8. Pruebe las siguientes identidades:

9. $\frac{sen(x)+\tan(x)}{\cot(x)+\csc(x)}=\sec(x)-\cos(x)$

10. $\frac{1}{sen(x)}-\frac{1}{\cos(x)}=\frac{1-2sen^2(x)}{\cos^2(x)\cdot sen(x)+sen^2(x)\cdot\cos(x)}$

11. $\frac{1-sen(x)}{sen(x)\cdot\cot(x)} = \frac{\cos(x)}{1+sen(x)}$

12. $\frac{2\cos(2x)}{\cos^2(x)-sen(x)\cos(x)} = 2+2\tan(x)$