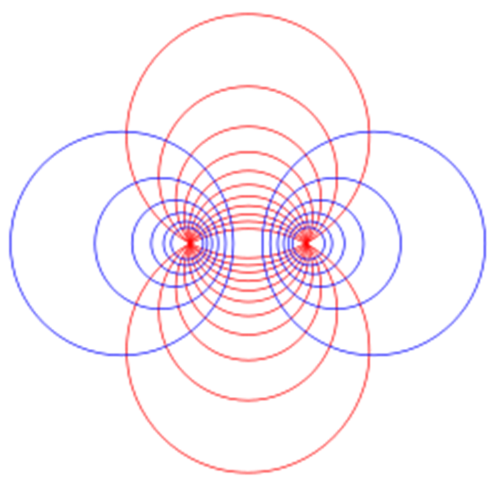
UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

EMat Escuela de Matemática

Proyecto MATEM

Precálculo Décimo

I Examen Parcial 2017



Nombre: ______________________________ Código: _______

Colegio: ____

Fórmula 1

Sábado 22 de abril de 2017

INSTRUCCIONES

1. **El tiempo máximo para resolver este examen es de 3 horas.**

2. Lea cuidadosamente, cada instrucción y cada pregunta, antes de contestar.

3. Este examen consta de tres partes. La primera de ellas es de selección única (25 puntos), la segunda es de respuesta corta (11 puntos) y la tercera es de desarrollo (20 puntos).

4. La parte de selección debe ser contestada en la hoja de respuestas que se le dará para tal efecto.

5. En la parte de desarrollo debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.

6. **En los ítems de selección**, usted deberá rellenar con lápiz, **en la hoja de respuestas**, la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem del folleto de examen para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, **sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.**

7. **En los ítems de desarrollo debe aparecer todo el procedimiento** que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos. Utilice únicamente bolígrafo de tinta indeleble azul o negra.

8. Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **pregunta** está **desordenada**, ésta, **no se calificará**.

9. Recuerde que la calculadora que puede utilizar es aquella que contiene únicamente las operaciones básicas.

10. Trabaje con calma. Le deseamos el mayor de los éxitos.

PRIMERA PARTE. SELECCIÓN ÚNICA. (Valor 25 puntos)

1. Al simplificar al máximo la expresión $\frac{b^3+8}{b(b-2)+4}$ se obtiene

$\frac{(b+2)(b^2-2b+4)}{b^2-2b+4} = b+2$

A) $b-2$

B) $b+2$

C) $\frac{b^2+2b+4}{b+4}$

D) $\frac{b^2-2b+4}{b+4}$

2. El resultado de $\frac{4}{x^2-4} - \frac{x+3}{x^2+x-6}$, corresponde a

$\frac{4}{(x+2)(x-2)} - \frac{x+3}{(x+3)(x-2)}$

$\frac{4\cdot(x+3)-(x+3)\cdot(x+2)}{(x+2)(x+3)(x-2)}$

$\frac{4x+12-(x^2+2x+3x+6)}{(x+2)(x+3)(x-2)}$

$\frac{4x+12-x^2-5x-6}{(x+2)(x+3)(x-2)}$

$\frac{-x^2-x+6}{(x+3)(x+2)(x-2)}$

$\frac{\cancel{(x+3)}(2-x)}{\cancel{(x+3)}(x+2)(x-2)}$

$\frac{(2-x)}{(x+2)(x-2)}$

$\frac{-\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)}(x+2)}$

$\frac{-1}{x+2}$

A) $\frac{-1}{x+2}$

B) $\frac{1}{x-2}$

C) $\frac{x+3}{x^2-4}$

D) $\frac{x-3}{(x+3)(x-2)}$

3. El resultado de $\frac{3x-5}{2x-2} \div \frac{6x-10}{1-x^2}$ con $x \neq \pm 1$, corresponde a

$\frac{\cancel{3x-5}}{2(x-1)} \cdot \frac{(1-x)(1+x)}{2\cancel{(3x-5)}}$

$\frac{1}{2\cancel{(x-1)}} \cdot \frac{-\cancel{(x-1)}(1+x)}{2}$

$\frac{-1-x}{4}$

A) $-4(x+1)$

B) $\frac{x-1}{4}$

C) $\frac{-x-1}{4}$

D) $\frac{x+1}{4}$

4. La cantidad de soluciones de la ecuación $2x^2(x^2-1)-1+x^2=0$ es igual a

$2x^4-2x^2-1+x^2=0$

$2x^4-x^2-1$

$(2x^2+1)(x^2-1)$

$(2x^2+1)(x+1)(x-1)$

$x^2=\frac{-1}{2}$ $\quad x=-1$ $\quad x=1$

$x=\frac{\sqrt{-1}}{2}$

$\varnothing$

A) 0

B) 2

C) 3

D) 4

5. Analice las siguientes ecuaciones:

I. $-|x-4| = -2$

II. $|2x-3| = 10$

¿Cuál (es) de las ecuaciones anteriores tienen solución en $\mathbb{R}$?

A) Solo la I
B) Solo la II
C) Ambas
D) Ninguna

6. El conjunto solución de la ecuación $(2-x)(x+3)=(x+3)$ es igual a

$(2-x)(x+3)-(x+3)=0$
$(x+3)(2-x-1)=0$
$(x+3)(1-x)=0$
$x=-3 \quad x=1$

A) $\{-3, 1\}$
B) $\{-1, 3\}$
C) $\{-3\}$
D) $\{1\}$

7. ¿Cuántas **soluciones negativas** tiene la ecuación $7x^2 - 7x - 2x^3 = -2$?

$-2x^3+7x^2-7x+2=0$

$$\begin{array}{rrrr|r} -2 & 7 & -7 & 2 & 1 \\ & -2 & 5 & -2 & \\ \hline -2 & 5 & -2 & 0 & \end{array}$$

$(x-1)(-2x^2+5x-2)=0$
$-2x \quad 1$
$x \quad -2$

$(x-1)(1-2x)(x-2)$
$x=1 \quad \frac{1}{2}=x \quad x=2$

A) 0
B) 1
C) 2
D) 3

8. El conjunto solución de la ecuación $\frac{1}{x-2} = \frac{1}{x^2-4}$ corresponde a

$\frac{1}{x-2} = \frac{1}{(x-2)(x+2)}$ $\quad x \neq 2$, $x \neq -2$

$\frac{1\cdot(x+2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{(x-2)(x+2)}$

$x+2=1$
$x=1-2$
$x=-1$

A) ϕ
B) $\{-1\}$
C) $\{-1, -2\}$
D) $\{-1, -2, 2\}$

9. Analice las siguientes ecuaciones:

I. $\sqrt[3]{x+5}+2=0$

II. $\sqrt[3]{x+5}+3=0$

¿Cuál (es) de las ecuaciones anteriores tienen solución en $\mathbb{R}$?

A) Solo la I
B) Solo la II
C) Ambas
D) Ninguna

$\sqrt[3]{x+5}=-2$
$x+5=-8$
$x=-8-5$
$x=-13$

$\sqrt[3]{x+5}=-3$
$x+5=-27$
$x=-27-5$
$x=-32$

10. ¿Cuántas soluciones **enteras** tiene la ecuación $|3x-1|=10$?

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

$3x-1=10$
$3x=11$
$x=\frac{11}{3}$

$3x-1=-10$
$3x=1-10$
$3x=9$
$x=\frac{9}{3}$
$x=3$

11. La ecuación $\sqrt[4]{(x-1)^4}=3$ en el conjunto $\mathbb{R}$

A) no tiene soluciones.

B) tiene dos soluciones positivas.

C) tiene dos soluciones negativas.

D) tiene una solución positiva y una negativa.

$|x-1|=3$

$x-1=3$
$x=4$

$x-1=-3$
$x=-2$

12. ¿Cuántos elementos tiene el conjunto solución de la ecuación $(\sqrt{x+1}-2)(x^2-9)=0$?

A) 0

B) 1

C) 2

D) 4

Prueba si $x=3$

$(\sqrt{3+1}-2)(3^2-9)=0$

$(\sqrt{4}-2)(9-9)=0$

$(2-2)(9-9)$

$0\cdot 0=0$ ✓

Prueba si $x=-3$

$(\sqrt{-3+1}-2)((-3)^2-9)$

$(\sqrt{-2}-2)(9-9)$

$\varnothing$

$\sqrt{x+1}=2$

$x+1=4$

$x=4-1$

$x=3$

$(x+3)(x-3)$

$x=-3$ $x=3$

13. ¿Cuál de las siguientes rectas es perpendicular a $3x+2y=11$?

A) $-x+y=-2$

B) $-2x+3y=-3$

$3y=2x-3$

$y=\frac{2x}{3}-\frac{3}{3}$

C) $x+2y=9$

D) $3x+2y=15$

$2y=-3x+11$

$y=\frac{-3x}{2}+\frac{11}{2}$

m objetivo: $\frac{2}{3}$

14. Si una recta l es perpendicular a la recta definida por $x+4y=-4$ en su punto de intersección con el eje Y, entonces la ecuación de la recta l es

A) $y=4x-1$

B) $y=4x+1$

C) $y=\frac{x}{4}+1$

D) $y=\frac{x}{4}-1$

$4y=-x-4$

$y=\frac{-1}{4}x-\frac{4}{4}$

$y=\frac{-1}{4}x-1$

$m=\frac{-1}{4}$

intersección y

$(0,-1)$

Objetivo m

4

$b=-1-4\cdot 0$

$b=-1$

$y=4x-1$

15. Si la recta $y=\frac{2x}{k-1}$, $k\neq 1, k\in\mathbb{R}$, es paralela a $y=4x+5$, entonces k es igual a

A) 4

B) $\frac{3}{2}$

C) $\frac{-2}{3}$

D) $\frac{-1}{4}$

$m=\frac{2}{k-1}$

$\frac{2}{k-1}=4$

$2=4(k-1)$

$2=4k-4$

$2+4=4k$

$6=4k$

$\frac{6}{4}=k$

$\frac{3}{2}=k$

$y=4x+5$

$m=4$

16. Si una recta l contiene a los puntos $(\underset{}{\overset{x_1}{-1}},\overset{y_1}{3})$ y $(\overset{x_2}{1},\overset{y_2}{-1})$. Cualquier recta perpendicular a l, con certeza es

A) vertical.

B) creciente.

C) horizontal.

D) decreciente.

$m = \frac{-1-3}{1--1}$

$m = \frac{-4}{2}$

$m = -2$

$\frac{1}{2}$ = perpendicular

17. El punto de intersección de las rectas $y = -x + 1$ y $-x + 2y = -4$ se ubica en el cuadrante

A) I

B) II

C) III

D) IV

$\begin{cases} y = -x+1 \\ -x+2y = -4 \end{cases}$

$-x+2(-x+1) = -4$

$-x-2x+2 = -4$

$-3x = -6$

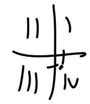
$x = \frac{-6}{-3}$

$x = 2$

$y = -2+1$

$y = -1$

$(2,-1)$



18. Si a y b son números reales distintos, la pendiente de la recta que pasa por los puntos de coordenadas $(\overset{x_1}{a},\overset{y_1}{a^2})$ y $(\overset{x_2}{b},\overset{y_2}{b^2})$ es igual a

A) b − a

B) b + a

C) $\frac{1}{b-a}$

D) $\frac{1}{b+a}$

$m = \frac{b^2-a^2}{b-a} = \frac{(b+a)\cancel{(b-a)}}{\cancel{b-a}} = b+a$

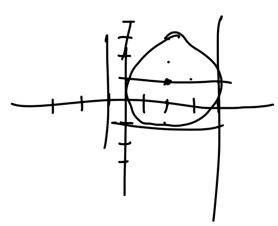
19. ¿Cuál de las siguientes rectas es secante a la circunferencia $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$?

A) $y = 1$

B) $y = -1$

C) $x = -1$

D) $x = 4$



20. Si los puntos de coordenadas A$(\overset{x_1}{-1},\overset{y_1}{2})$ y B $(\overset{x_2}{1},\overset{y_2}{3})$ son los extremos de un diámetro de una circunferencia, entonces la ecuación para esta curva es

$d = \sqrt{(3-2)^2 + (1--1)^2}$

$d = \sqrt{1+4}$

$d = \sqrt{5}$

$d = \sqrt{5}$

$r = \frac{\sqrt{5}}{2}$

$(x-\#)^c + (y-\#)^2 = \frac{5}{4}$

A) $(x)^2 + \left(y - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$

B) $(x)^2 + (y-2)^2 = 25$

C) $(x+1)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{2}$

D) $(x-1)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \sqrt{5}$

21. La ecuación de la recta tangente a la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 = 16$

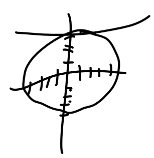
en el punto $(0,4)$ corresponde a

A) $x = 0$

B) $y = 4$

C) $x = 4$

D) $y = -4$



22. Las coordenadas del centro de la circunferencia de ecuación $x^2 + 6x + y^2 - 4y = 10$ corresponden a

$\left(\frac{6}{2}\right)^2$

$(3)^2$

$x^2+6x+9+y^2-4y+4 = 10+9+4$

$(x+3)^2+(y-2)^2 = 23$

$(-3,2)$

A) $(-2,-3)$

B) $(-3,-2)$

C) $(-3,2)$

D) $(2,-3)$

23. El radio de la circunferencia cuyo centro es el punto de coordenadas $C\left(\overset{x_1}{-\frac{1}{2}}, \overset{y_1}{1}\right)$ y que contiene el punto $D\left(\overset{x_2}{\frac{1}{2}}, \overset{y_2}{0}\right)$ corresponde a

A) 1

B) 2

C) $\sqrt{2}$

D) 4

$d = \sqrt{(0-1)^2 + \left(\frac{1}{2} - -\frac{1}{2}\right)^2}$

$d = \sqrt{1 + \left(\frac{2}{2}\right)^2}$

$d = \sqrt{1+1}$

$d = \sqrt{2}$

24. Un punto que pertenece al interior de la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 = 25$ corresponde a

$(2)^2 + (4)^2 = 25$

$4 + 16 = 25$

$20 < 25$

A) $(-1,5)$

B) $(0,5)$

C) $(5,0)$

D) $(2,4)$

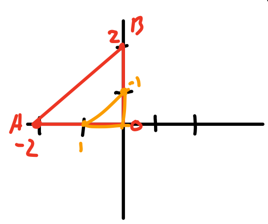
25. Sean los puntos A$(0,2)$, B$(-2,0)$ y el origen O, los vértices de un triángulo. Considere los puntos medios C, D y F de $\overline{\text{AB}}$, $\overline{\text{OA}}$ y $\overline{\text{OB}}$ respectivamente , entonces la razón del área del ΔAOB con respecto al área del triángulo ΔCDF, corresponde a

A) $\frac{1}{4}$

B) $\frac{1}{2}$

C) 2

D) 4



$\frac{2 \cdot 2}{2} = A$

$\frac{4}{2} = A$

$2 = A$

$\frac{1 \cdot 1}{2} = A$

$\frac{1}{2} = A$

$\frac{2}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{1} = 4$

Fin de la primera parte

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

EMat Escuela de Matemática

Proyecto MATEM

Precálculo Décimo
I Examen Parcial 2017

Nombre: ___________________________________ Código: _______

Colegio: ____

Fórmula 1

PREGUNTA	Valor	Puntos obtenidos por el estudiante
Respuesta Corta	11 puntos	
D1	3 puntos	
D2	6 puntos	
D3	5 puntos	
D4	6 puntos	
TOTAL	31 puntos	

SEGUNDA PARTE. Respuesta Corta. (Valor 11 puntos / 1 punto cada uno excepto 3c que vale 2 puntos).

$\Delta = 1 - 4 \cdot 6 \cdot -2 = 1 + 48 = 49$

1. De acuerdo con la ecuación de la parábola $y = 6x^2 + x - 2$, determine:

a. la cantidad de intersecciones de la gráfica de la parábola con el eje X 2

$\frac{-1}{2 \cdot 6}$

$\frac{-1}{12}$

b. la abcisa(x) del vértice $\frac{-1}{12}$

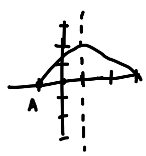
c. la intersección con el eje Y $(0,-2)$

d. la ecuación de la parábola al reescribir la ecuación dada de la forma

$\frac{-49}{4 \cdot 6} = \frac{-49}{24}$

$y = a(x-h)^2 + k$ $y = 6\left(x + \frac{1}{12}\right)^2 - \frac{49}{24}$

2. Considere las siguientes afirmaciones en relación con la ecuación de una parábola: $A(-1,0)$ es un punto que pertenece a la parábola, la recta $x = 1$ es el eje de simetría, determine:



a. un par ordenado que esté en la parábola y que sea diferente al punto A $(0,3)$

$\frac{-b}{2a} = \frac{-b}{-2} = 1$

$-b = -2$

$b = 2$

b. un **posible** vértice para que la parábola sea cóncava hacia abajo $(-1,2)$

c. si la intersección con el eje Y es el punto $(0,3)$, la ecuación de la parábola es igual a

$y = -x^2 + 2x + 3$

$a(x+1)(x-3) =$

$a(x^2 + x - 3x - 3) =$

$ax^2 - 2xa - 3a =$

$-3a = 3$

$a = \frac{-3}{3}$

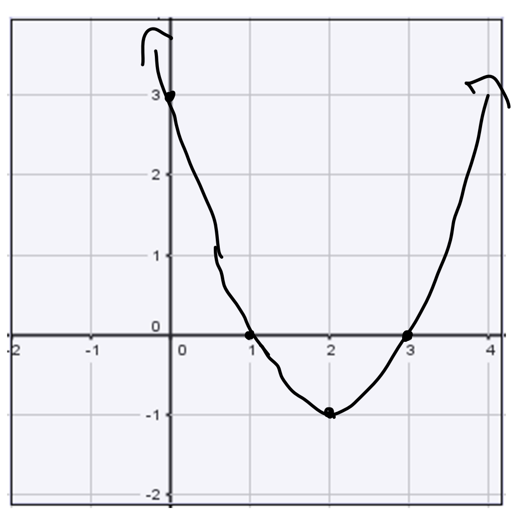
$a = -1$

3. Considere el criterio de la parábola de ecuación $y = (x-2)^2 - 1$, determine:

a. las coordenadas de intersección de la gráfica con el eje X $(3,0)$ y $(1,0)$

b. el par ordenado donde la gráfica interseca al eje Y $(0,3)$

c. la representación gráfica de la parábola en el plano cartesiano adjunto, considerando que se va a representar en todos los números reales.



"x"

$0 = (x-2)^2 - 1$

$1 = (x-2)^2$

$1 = x^2 - 4x + 4$

$x^2 - 4x + 3$

$x \quad -3$

$x \quad -1$

$x = 3 \quad x = 1$

"y"

$y = (0-2)^2 - 1$

$y = 4 - 1$

$y = 3$

III Parte. DESARROLLO (Valor 20 puntos)

Resuelva en forma clara y ordenada cada uno de los ejercicios que se le plantean a continuación. Deben aparecer todos los procedimientos realizados para llegar a la respuesta.

1. (**3 puntos**) Racionalice el **numerador** de la siguiente fracción y simplifique al máximo el resultado.

$$\frac{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{x+h}}{h\left(\sqrt{x}+\sqrt{x+h}\right)} \cdot \frac{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}\cdot\sqrt[3]{x+h}+\sqrt[3]{(x+h)^2}}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}\cdot\sqrt[3]{x+h}+\sqrt[3]{(x+h)^2}}$$

$$= \frac{x-(x+h)}{h\left(\sqrt{x}+\sqrt{x+h}\right)\left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}\cdot\sqrt[3]{x+h}+\sqrt[3]{(x+h)^2}\right)}$$

$$\frac{\cancel{x}-\cancel{x}-\cancel{h}}{\cancel{h}\left(\sqrt{x}+\sqrt{x+h}\right)\left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}\cdot\sqrt[3]{x+h}+\sqrt[3]{(x+h)^2}\right)}$$

$$\frac{-1}{\left(\sqrt{x}+\sqrt{x+h}\right)\left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}\cdot\sqrt[3]{x+h}+\sqrt[3]{(x+h)^2}\right)}$$

2. (**6 puntos**) Determine el conjunto solución de la siguiente ecuación:

$$\left(\sqrt[3]{x^2-x}\right)\left(\frac{x}{1-x}-\frac{1+x}{x-1}\right)=0$$

$x \neq 1$

$\sqrt[3]{x^2-x}=0$

$x^2-x=0^3$

$x(x-1)=0$

$x=0 \quad x=1$

$\frac{x}{1-x}+\frac{1+x}{1-x}$

$\frac{x+1+x}{1-x}=0$

$2x+1=0$

$2x=1$

$x=\frac{-1}{2}$

Prueba

$\sqrt[3]{\left(\frac{-1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}}=0$

$\sqrt[3]{\frac{3}{4}+\frac{2}{4}}$

$\sqrt[3]{\frac{4}{4}}$

$\sqrt[3]{1}=0$

$1\left(\frac{-1}{2}\right.$

$\sqrt[3]{0^2-0}=0$

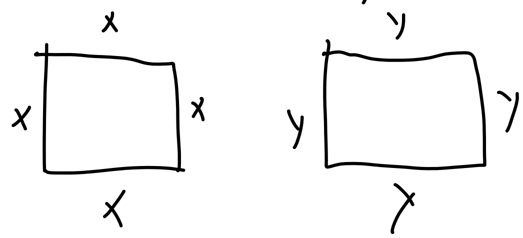
$\sqrt[3]{0}=0$

$0=0$

$\left\{\frac{-1}{2}, 0\right\}$

3. (**5 puntos**) La suma de los perímetros de dos cuadrados es 240 cm y la suma de sus áreas es 2 522 cm^2. ¿Cuánto mide el lado de cada cuadrado?

$x = 11$ $\qquad$ $y = 49$



R/ Los lados miden 49 y 11 cm.

$4x$ $\qquad$ $4y$

$4x + 4y = 240 \quad | \quad x^2 + y^2 = 2522$

$4x = 240 - 4y$

$x = \frac{240 - 4y}{4}$

$x = 60 - y$

$(60 - y)^2 + y^2 = 2522$

$3600 - 120y + y^2 + y^2 = 2522$

$2y^2 - 120y + 3600 - 2522 = 0$

$2y^2 - 120y + 1078 = 0$

$2(y^2 - 60y + 539) = 0$

$y \quad -49$

$y \quad -11$

$(y - 49)(y - 11) = 0$

$y = 49 \vee y = 11$

$x = 60 - y$

$x = 60 - 49$

$x = 11$

2 #ros consecutivos suman "tanto"

x: menor

x+1: otro #

2 #ros pares suman "tanto"

x: un # par

x+2: otro par

Consecutivos Impares

x: # impar

x+2: Otro impar

4. (**6 puntos**) Determine algebraicamente la posición relativa (concéntricas, secantes, interiores, exteriores, tangentes interiores o tangentes exteriores) de las circunferencias determinadas por las siguientes ecuaciones: $(x-2)^2+y^2=1$ y $x^2+y^2=25$.

Centro: (2, 0)
Radio: 1

Centro: 0,0
Radio: 5

Tang. Ext: $r+r=d$
Tang. Int: $r-r=d$
Exteriores: $r+r<d$
Interiores: $r-r>d$
Secantes: $r-r<d<r+r$
Concentricas: $d=0$

Suma: 6
Resta: 4

$d=\sqrt{(2-0)^2+(0-0)^2}$

$d=\sqrt{4+0}$

$d=2$

$d<r$

Interiores

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

EMat Escuela de Matemática

Proyecto MATEM
Solucionario

Precálculo Décimo
I Examen Parcial 2017

Fórmula 1

PRIMERA PARTE. Selección Única (Valor 25 puntos).

1	B	6	A	11	D	16	B	21	B
2	A	7	A	12	B	17	D	22	C
3	C	8	B	13	B	18	B	23	C
4	B	9	C	14	A	19	A	24	D
5	C	10	B	15	B	20	A	25	D

SEGUNDA PARTE. Respuesta Corta. (Valor 11 puntos / 1 punto cada uno excepto 3c que vale 2 puntos).

1. De acuerdo con la ecuación de la parábola $y = 6x^2 + x - 2$, determine:

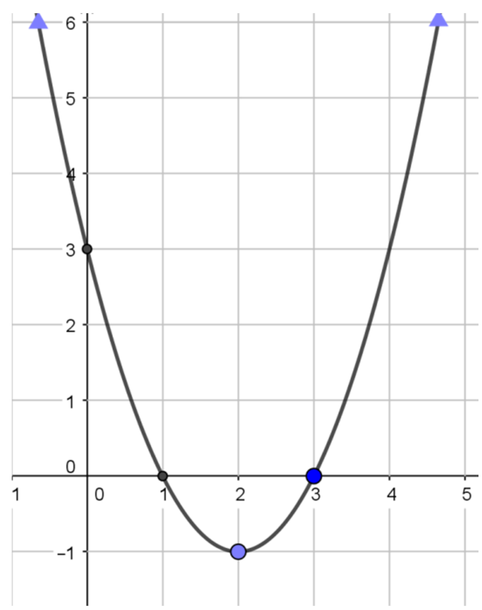
a. la cantidad de intersecciones de la gráfica de la parábola con el eje X _____2_____
b. la abcisa(x) del vértice _____$\frac{-1}{12}$_____
c. la intersección con el eje Y __$(0, -2)$_____
d. la ecuación de la parábola al reescribir la ecuación dada de la forma
$y = a(x-h)^2 + k$ _____$6\left(x + \frac{1}{12}\right)^2 - \frac{49}{24}$_____

2. Considere las siguientes afirmaciones en relación con la ecuación de una parábola: $A(-1,0)$ es un punto que pertenece a la parábola, la recta $x = 1$ es el eje de simetría, determine:

a. un par ordenado que esté en la parábola y que sea diferente al punto A ___$(3,0)$___
b. un **posible** vértice para que la parábola sea cóncava hacia abajo ___$(1,2)$________
c. si la intersección con el eje Y es el punto $(0,3)$, la ecuación de la parábola es igual a _________$y = -x^2 + 2x + 3$____

3. Considere el criterio de la parábola de ecuación $y = (x-2)^2 - 1$, determine:

a. las coordenadas de intersección de la gráfica con el eje X ___$(1,0)$ $(3,0)$_______
b. el par ordenado donde la gráfica interseca al eje Y ___$(0,3)$___________________
c. la representación gráfica de la parábola en el plano cartesiano adjunto, considerando que se va a representar en todos los números reales.



III Parte. DESARROLLO (Valor 20 puntos)

Resuelva en forma clara y ordenada cada uno de los ejercicios que se le plantean a continuación. Deben aparecer todos los procedimientos realizados para llegar a la respuesta.

1. (**3 puntos**) Racionalice el **numerador** de la siguiente fracción y simplifique al máximo el resultado.

$$\frac{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{x+h}}{h\left(\sqrt{x}+\sqrt{x+h}\right)}\cdot\frac{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x(x+h)}+\sqrt[3]{(x+h)^2}}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x(x+h)}+\sqrt[3]{(x+h)^2}}=$$

$$\frac{x-(x+h)}{h\left(\sqrt{x}+\sqrt{x+h}\right)\left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x(x+h)}+\sqrt[3]{(x+h)^2}\right)}=$$

$$\frac{-h}{h\left(\sqrt{x}+\sqrt{x+h}\right)\left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x(x+h)}+\sqrt[3]{(x+h)^2}\right)}=$$

$$\frac{-1}{\left(\sqrt{x}+\sqrt{x+h}\right)\left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x(x+h)}+\sqrt[3]{(x+h)^2}\right)}$$

2. (**6 puntos**) Determine el conjunto solución de la siguiente ecuación:

$$\left(\sqrt[3]{x^2-x}\right)\left(\frac{x}{1-x}-\frac{1+x}{x-1}\right)=0 \quad \text{Restricciones: } x\neq 1$$

$$\sqrt[3]{x^2-x}=0 \qquad\qquad \frac{x}{1-x}-\frac{1+x}{x-1}=0$$

$$x^2-x=0 \qquad\qquad \frac{x+1+x}{x-1}=0 \qquad x\neq 1$$

$$x(x-1)=0 \qquad\qquad 2x+1=0$$

$$x=0,\ x=1 \qquad\qquad x=\frac{-1}{2} \qquad\qquad S=\left\{0,\frac{-1}{2}\right\}$$

3. (**5 puntos**) La suma de los perímetros de dos cuadrados es 240 cm y la suma de sus áreas es 2 522 cm^2. ¿Cuánto mide el lado de cada cuadrado?

x: Medida del lado de uno de los cuadrados.

Y: Medida del lado del otro cuadrado.

Suma de perímetros: $4x + 4y = 240 \quad \rightarrow \quad y = \frac{240-4x}{4} = 60 - x$

Suma de áreas: $x^2 + y^2 = 2522$

$x^2 + (60 - x)^2 = 2522$

$x^2 + 3600 - 120x + x^2 = 2522$

$2x^2 - 120x + 1078 = 0$

$x^2 - 60x + 539 = 0$

$x = 11 \quad x = 49$

$x = 11 \Longrightarrow y = 49$

$x = 49 \Longrightarrow y = 11$

$\therefore$ *la medida de los lados de cada cuadrado son* $11\ cm$ *y* $49\ cm$.

4. (**6 puntos**) Determine algebraicamente la posición relativa (concéntricas, secantes, interiores, exteriores, tangentes interiores o tangentes exteriores) de las circunferencias determinadas por las siguientes ecuaciones: $(x-2)^2 + y^2 = 1$ y $x^2 + y^2 = 25$.

$$\begin{cases}(x-2)^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + y^2 = 25\end{cases}$$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 = 1$$

$$25 - 4x + 4 = 1$$

$$x = \frac{-28}{-4} = 7$$

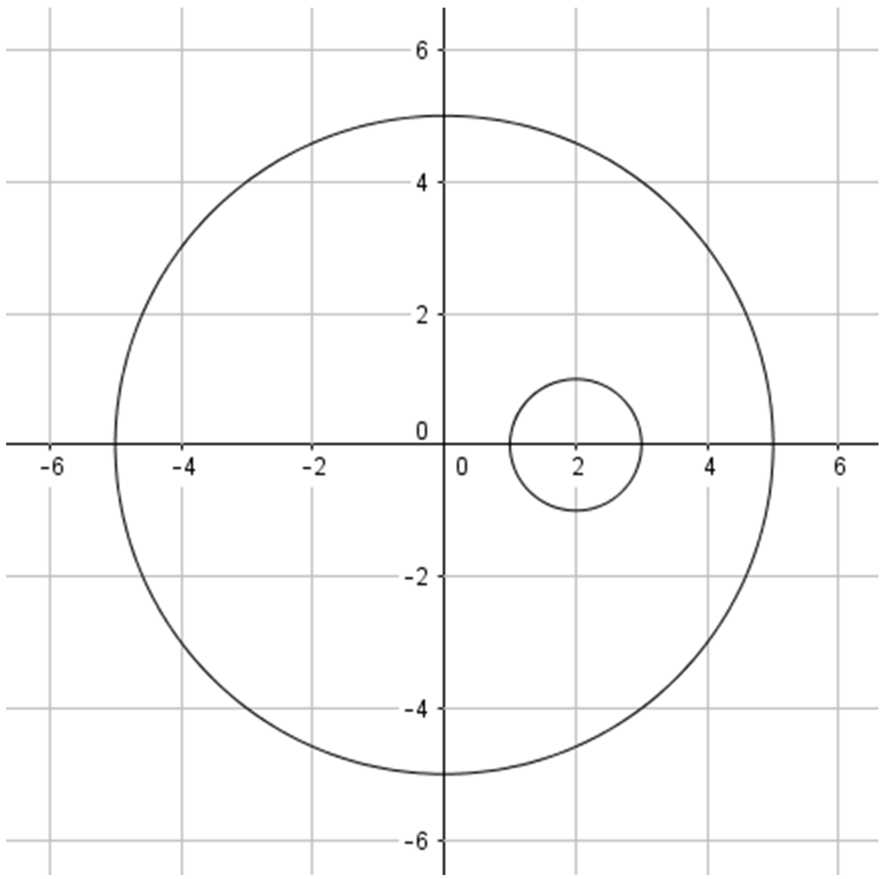
Sustituyendo en $x^2 + y^2 = 25$

$$7^2 + y^2 = 25$$

$$y^2 = -24$$

$Esta\ ecuación\ tiene\ solución\ vacía, por\ lo\ cual\ las\ circunferencias\ no\ se\ intersecan.$

Al graficarlas se obtiene:



$\therefore\ \ son\ interiores$

Otro método:

$C_1(2{,}0)\quad C_2(0{,}0)\qquad r_1 = 1, r_2 = 5$

$d(C_1, C_2) = \sqrt{2^2 + 0^2} = \ 2$

$r_2 - r_1 = 5 - 1 = 4 > 2$

Por lo tanto son interiores.