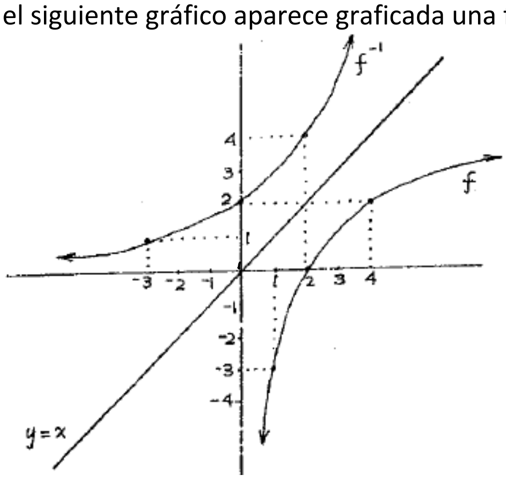
Ejemplo 1:
En el siguiente gráfico aparece graficada una función con su respectiva inversa



EJERCICIOS VARIOS

1. Si f es la función dada por $f(x) = -3x - 2$. Halle el valor de $f^{-1}(5)$

$-3x - 2 = 5$

x inversa
y de la original

$-3x = 7$

$x = \frac{-7}{3}$

$f^{-1}(5) = \frac{-7}{3}$

2. Dada la función biyectiva $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{5x-3}{4}$, determine el criterio de f^{-1}.

$y = \frac{5x-3}{4}$

$4y = 5x - 3$

$4y + 3 = 5x$

$\frac{4y+3}{5} = x$

$f^{-1}(x) = \frac{4x+3}{5}$

3. Determine g^{-1} si $g(x) = \sqrt[3]{\frac{2-7x}{3}}$

$y = \sqrt[3]{\frac{2-7x}{3}}$

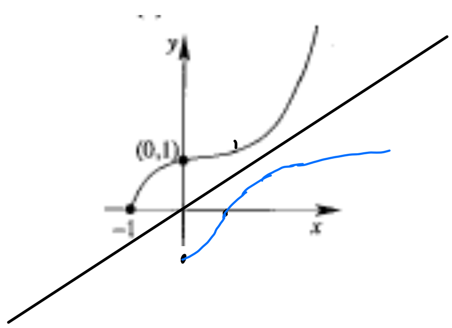
$y^3 = \frac{2-7x}{3}$

$3y^3 = 2 - 7x$

$\frac{-(3y^3-2)}{7} = x$

$g^{-1}(x) = \frac{-3x^3+2}{7}$

4. Trace el gráfico de la inversa de la función dada



5. Determine $h^{-1}(x)$ si $h(x) = \frac{3x+7}{5x-25}$

$y = \frac{3x+7}{5x-25}$

$y(5x-25) = 3x+7$

$5xy - 25y = 3x + 7$

$5xy - 3x = 25y + 7$

$x(5y-3) = 25y + 7$

$x = \frac{25y+7}{5y-3}$

$h^{-1}(x) = \frac{25x+7}{5x-3}$

6. Si $f:[0,\infty[\to]-\infty,1]$ Halle f^{-1}

$f(x)=-x^2+1$

El dominio de la función original indica el signo de la raíz

$y=-x^2+1$

$y+x^2=1$

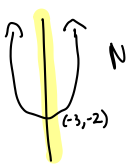
$x^2=1-y$

$x=\pm\sqrt{1-y}$

$x=\sqrt{1-y}$

$f^{-1}(x)=\sqrt{1-x}$

7. Determine $f^{-1}(x)$ si se sabe que $f(x)=2(x+3)^2-2$



No es inyectiva

$x=-3$

Ámbito: $[-2,+\infty[$

$y=2(x+3)^2-2$

$y+2=2(x+3)^2$

$\frac{y+2}{2}=(x+3)^2$

$\pm\sqrt{\frac{y+2}{2}}=x+3$

$\pm\sqrt{\frac{y+2}{2}}-3=x$

Si $f:]-\infty,-3]\to[-2,+\infty[$

$f^{-1}(x)=-\sqrt{\frac{x+2}{2}}-3$

Si $f:[-3,+\infty[\to[-2,+\infty[$

$f^{-1}(x)=\sqrt{\frac{x+2}{2}}-3$

8. Determine $(g^{-1}\circ g)(x)$ si se sabe que $g(x)=-2\sqrt[3]{-x+3}$

$(g^{-1}\circ g)(x)=x$

PREGUNTAS DE SELECCIÓN

16. Sea $h\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función biyectiva tal que $h(2) = 5$. Si $h^{-1}\left(\frac{k+4}{6}\right) = 2$ entonces el valor de k es:

x

1) $\frac{3}{2}$
2) 1
3) 14
4) 26

Original: $(2,5)$

Inverse: $(5,2)$

$\frac{k+4}{6} = 5$

$k+4 = 30$

$k = 30-4$

$k = 26$

22. Si $f : IR - \left\{\frac{2}{3}\right\} \longrightarrow IR - \{0\}$, $f(x) = \dfrac{5}{3x-2}$ entonces $f^{-1}(x)$ es igual a

a. $\dfrac{15}{x+6}$

b. $\dfrac{3x+2}{5}$

c. $\dfrac{7}{3x}$

d. $\dfrac{5+2x}{3x}$

$y = \frac{5}{3x-2}$

$y(3x-2) = 5$

$3xy - 2y = 5$

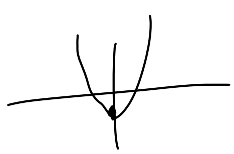
$3xy = 5+2y$

$x(3y) = 5+2y$

$\to x = \frac{5+2y}{3y} = f^{-1}(x) = \frac{5+2x}{3x}$

27. La función $f : A \to [-1, +\infty[$ con $f(x) = x^2 - 1$ posee inversa cuyo criterio de asociación es $f^{-1}(x) = -\sqrt{x+1}$. Entonces se puede asegurar que el conjunto A es

a) $[0, +\infty[$
b) $]-\infty, 0]$
c) $[-1, +\infty[$
d) $]-\infty, -1]$



$]0,+\infty[\to [-1,+\infty$

$+\sqrt{x+1}$

$]-\infty,0] \to [-1,+\infty[$

$-\sqrt{x+1}$

$\mathbb{R} \to [-1,+\infty[$

28. Considere la función biyectiva $f : A \to B$, definida por $f(x) = x^2 - 2kx - k$. Si $f^{-1}\left(\sqrt{2}\right) = -1$ entonces el valor de la constante k es

y

a) $\dfrac{6\sqrt{2}-3}{7}$
b) $\sqrt{2}$
c) $2\sqrt{2}$
d) $\sqrt{2}-1$

$(\sqrt{2}, -1)$

$(-1, \sqrt{2})$

$\sqrt{2} = 1 + 2k - k$

$\sqrt{2} = 1 + k$

$\sqrt{2} - 1 = k$