Práctica función logarítmica

1. Considere la siguiente función $f(x) = \log_2(2-3x) - 3$ y determine su dominio, ámbito, monotonía, asíntota, intersecciones con los ejes y el criterio de su función inversa.

2. Considere la siguiente función $f(x) = -\log(x-3) + 2$ y determine su dominio, ámbito, monotonía, asíntota, intersecciones con los ejes y el criterio de su función inversa.

3. Determine el ámbito de la función $f(x) = \log_4(1-x)$, si se sabe que su domino es$[-7,1[$.

4. Determine el ámbito de la función $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x)$, si se sabe que su dominio es $]0.125,\ 16]$.

5. Determine el dominio máximo de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \log_2(2x-5) + \log_2(3x+1)$

b) $f(x) = \log_{0.2}(4x+3) - \log_{0.2}(2-3x)$

c) $f(x) = \log_3(x^2 - 8x + 12)$

d) $f(x) = \ln\left(\frac{x-3}{8-2x}\right)$

e) $f(x) = \frac{\log(7x-8)}{\log(9-x)}$

6. Resuelva las siguientes ecuaciones:

a) $5^{2\log_5(x-1)} = 4$

b) $\log_3(3)^{x^2+9} = 6x + 1$

c) $\left[9^{3x-1} \cdot 3^{4x} - \sqrt{\frac{1}{3}}\right]\left[\log_{\frac{1}{3}}(\log_5(x-4))\right] = 0$

d) $\left[\frac{125^{2x}}{5^{2x-1}} - 25\right][log\, x + log(x-3) - 1] = 0$

1. Considere la siguiente función $f(x) = \log_2(2-3x) - 3$ y determine su dominio, ámbito, monotonía, asíntota, intersecciones con los ejes y el criterio de su función inversa.

$D: 2-3x > 0$
$2 > 3x$
$\frac{2}{3} > x$
$D:]-\infty, \frac{2}{3}[$

A: $\mathbb{R}$

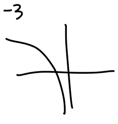
Decreciente

Asíntota: $x = \frac{2}{3}$

Con "x"
$0 = \log_2(2-3x)-3$
$3 = \log_2(2-3x)$
$2^3 = 2-3x$
$8 = 2-3x$
$6 = -3x$
$-2 = x$

Con "y"
$f(0) = \log_2(2)-3$
$= 1-3$
$= -2$
$0, -2$

Inversa:
$x = \log_2(2-3y)-3$
$x+3 = \log_2(2-3y)$
$2^{x+3} = 2-3y$
$\frac{2^{x+3}-2}{-3} = f^{-1}(x)$



2. Considere la siguiente función $f(x) = -\log(x-3) + 2$ y determine su dominio, ámbito, monotonía, asíntota, intersecciones con los ejes y el criterio de su función inversa.

$D: x-3 > 0$
$x > 3$
$D:]3, +\infty[$

A: $\mathbb{R}$

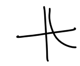
Decreciente

Asíntota: $x = 3$

Con "x"
$0 = -\log(x-3)+2$
$\log(x-3) = 2$
$100 = x-3$
$103 = x$

Inversa:
$x = -\log(y-3)+2$
$\log(y-3) = 2-y$
$10^{2-y} = y-3$
$10^{x-y}+3 = f^{-1}(x)$

Con y
$f(0) = -\log(-3)+2$
$\emptyset$
No hay



3. Determine el ámbito de la función $f(x) = \log_4(1-x)$, si se sabe que su domino es $[-7, 1[$.

$f(-7) = \log_4(1- -7)$
$\log_4(8)$

$f(1) = \log_4(1-1)$
$= \log_4(0)$
$\emptyset$

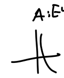
Ambito: $]-\infty, \log_4(8)[$

4. Determine el ámbito de la función $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x)$, si se sabe que su dominio es $]0.125,\ 16]$.

$f(0.125) = \log_{\frac{1}{2}}(0.125)$
$= \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{8}\right)$
$= \log_{2^{-1}}(2^{-3})$
$= 3$

$f(16) = \log_{\frac{1}{2}}(16)$
$= \log_{2^{-1}}(2^4)$
$= -4$

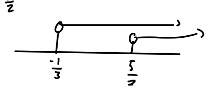
A: $[-4, 3[$



a) $f(x) = \log_2(2x-5) + \log_2(3x+1)$

$2x-5 > 0$
$2x > 5$
$x > \frac{5}{2}$

$3x+1 > 0$
$3x > -1$
$x > \frac{-1}{3}$

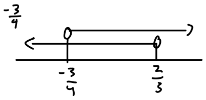


$D_m:]\frac{5}{2}, +\infty[$

b) $f(x) = \log_{0.2}(4x+3) - \log_{0.2}(2-3x)$

$4x+3 > 0$
$4x > -3$
$x > \frac{-3}{4}$

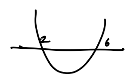
$2-3x > 0$
$2 > 3x$
$\frac{2}{3} > x$



$D_m:]\frac{-3}{4}, \frac{2}{3}[$

c) $f(x) = \log_3(x^2 - 8x + 12)$

$x^2 - 8x + 12 > 0$
$x \quad -6$
$x \quad -2$
$(x-6)(x-2) > 0$



$D_m:]-\infty, 2[\cup]6, \infty[$

d) $f(x) = \ln\left(\frac{x-3}{8-2x}\right)$

$\frac{x-3}{8-2x} > 0$

	3	4	
$x-3$	$-$	$+$	$+$
$8-2x$	$+$	$+$	$-$
	$-$	$+$	$-$

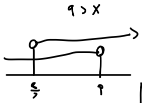
$D_m:]3, 4[$

e) $f(x) = \frac{\log(7x-8)}{\log(9-x)}$

$7x-8 > 0$
$7x > 8$
$x > \frac{8}{7}$

$9-x > 0$
$9 > x$

Restricción:
$\log(9-x) = 0$
$1 \neq 9-x$
$x \neq 8$



$\frac{8}{7}, 9$

$D_m:]\frac{8}{7}, 9[- \{8\}$

a) $5^{2\log_5(x-1)} = 4$

$5^{\log_5(x-1)^2} = 4$
$(x-1)^2 = 4$
$x^2-2x+1 = 4$
$x^2-2x-3 = 0$
$x \quad -3$
$x \quad 1$
$x=3 \quad x=-1$

Prueba -1
$5^{2\log_5(-1-1)}$
$\emptyset$

Prueba 3
$5^{2\log_5(3-1)}$
✓

$S = \{3\}$

b) $\log_3(3)^{x^2+9} = 6x+1$

$(x^2+9)(\log_3(3)) = 6x+1$
$x^2+9 = 6x+1$
$x^2-6x+8 = 0$
$x \quad -4$
$x \quad -2$
$x=4 \quad x=2$

$S = \{2, 4\}$

c) $\left[9^{3x-1} \cdot 3^{4x} - \sqrt{\frac{1}{3}}\right]\left[\log_{\frac{1}{3}}(\log_5(x-4))\right] = 0$

$9^{3x-1} \cdot 3^{4x} - \sqrt{\frac{1}{3}} = 0$
$3^{2(3x-1)} \cdot 3^{4x} = \frac{1}{3}^{\frac{1}{2}}$
$3^{6x-2} \cdot 3^{4x} = 3^{-\frac{1}{2}}$
$3^{10x-2} = 3^{-\frac{1}{2}}$
$10x-2 = -\frac{1}{2}$
$10x = \frac{4}{2} - \frac{1}{2}$
$10x = \frac{3}{2}$
$x = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{10}{1}}$
$x = \frac{3}{20}$

$\log_{\frac{1}{3}}(\log_5(x-4)) = 0$
$\frac{1}{3}^0 = \log_5(x-4)$
$5^1 = x-4$
$9 = x$

Prueba 9
$\log_{\frac{1}{3}}(\log_5(9-4)$
✓

$S = \{9\}$

Prueba $\frac{3}{20}$
$\log_{\frac{1}{2}}(\log_5(\frac{3}{20}-4)$
$\emptyset$

d) $\left[\frac{125^{2x}}{5^{2x-1}} - 25\right][\log x + \log(x-3) - 1] = 0$

$\frac{125^{2x}}{5^{2x-1}} - 25 = 0$
$125^{2x} = 25 \cdot 5^{2x-1}$
$5^{6x} = 5^2 \cdot 5^{2x-1}$
$5^{6x} = 5^{2x+1}$
$6x = 2x+1$
$4x = 1$
$x = \frac{1}{4}$

$\log x + \log(x-3) - 1 = 0$
$\cancel{\log}(x^2-3x) = \cancel{\log}\ 10$
$x^2-3x = 10$
$x^2-3x-10 = 0$
$x \quad -5$
$x \quad 2$
$x=5 \quad x=-2$

Prueba $\frac{1}{4}$
$\log(\frac{1}{4}) + \log(\frac{1}{4}-3)$
$\emptyset$

Prueba -2
$\log(-2)$
$\emptyset$

Prueba 5
$\log(5) + \log(5-3) - 1$ ✓

$S = \{5\}$

Respuestas

1.

Dominio:	$\left]-\infty, \frac{3}{2}\right[$
Ámbito:	$\mathbb{R}$
Monotonía:	decreciente

Asíntota:	$x = \frac{2}{3}$
Intersección x:	$(-2, 0)$
Intersección y:	$(0, -2)$

Función inversa: $f^{-1}(x) = \frac{2-2^{x+3}}{3}$

2.

Dominio:	$]3, +\infty[$
Ámbito:	$\mathbb{R}$
Monotonía:	decreciente

Asíntota:	$x = 3$
Intersección x:	$(103, 0)$
Intersección y:	No tiene

Función inversa: $f^{-1}(x) = 10^{2-x} + 3$

3. Ámbito: $\left]-\infty, \frac{3}{2}\right]$

4. Ámbito: $[-4, 3[$

5. Dominio máximo:

$f(x) = \log_2(2x-5) + \log_2(3x+1)$	$Dm = \left]\frac{5}{3}, +\infty\right[$
$f(x) = \log_{0.2}(4x+3) - \log_{0.2}(2-3x)$	$Dm = \left]-\frac{3}{4}, \frac{2}{3}\right[$
$f(x) = \log_3(x^2 - 8x + 12)$	$Dm =]-\infty, 2[\cup]6, +\infty[$
$f(x) = \ln\left(\frac{x-3}{8-2x}\right)$	$Dm =]3, 4[$
$f(x) = \frac{\log(7x-8)}{\log(9-x)}$	$Dm = \left]\frac{8}{7}, 9\right[- \{8\}$

6. Ecuaciones:

$5^{2\log_5(x-1)} = 4$	$S = \{3\}$
$\log_3(3)^{x^2+9} = 6x + 1$	$S = \{2, 4\}$
$\left[9^{3x-1} \cdot 3^{4x} - \sqrt{\frac{1}{3}}\right]\left[\log_{\frac{1}{3}}(\log_5(x-4))\right] = 0$	$S = \{9\}$
$\left[\frac{125^{2x}}{5^{2x-1}} - 25\right][log\, x + log(x-3) - 1] = 0$	$S = \{5\}$